Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Diskrete Mathematik 1

SommerSemester 2011
24. Mai 2011

Dozent: Prof. Dr. Tibor Szabó,
Übungsleiter: Dr. Yury Person, Wilhelm Neubert

Probeklausur 1

Abzugeben bis zum 31. Mai, am Ende der Vorlesung
Besprechung in der Zentralübung (14-16Uhr) am 1.06 in Arnimallee 7, SR Erdgeschoss 31

Aufgabe 1 [10 Punkte]

(a) Wie viele k-elementige Teilmengen von $\{1, \ldots, n\}$ gibt es, die keine zwei aufeinanderfolgenden Zahlen enthalten? (Beweisen Sie Ihre Antwort.)

(b) Zeigen Sie: $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{2n-k}{k}2^{2n-2k} = 2n+1$
Tipp: Färben Sie die Zahlen aus $[2n]$ rot oder blau, so dass wenn i rot ist, dann ist $i-1$ nicht blau.

Aufgabe 2 [10 Punkte]
Ein Kind bekommt eine Schachtel mit 45 Pralinen. Es isst mindestens eine Praline jeden Tag im April. Zeigen Sie, dass es eine Periode (aufeinanderfolgende Tage) gibt, in der es *genau* 14 Pralinen ißt.

Aufgabe 3 [10 Punkte]
Definieren Sie die Stirling-Zahlen erster und zweiter Art. Geben Sie die Rekusion für eine der beiden Stirling-Zahlen an und beweisen Sie diese.

Aufgabe 4 [10 Punkte]
Definieren Sie das Konzept der Multimenge und beweisen Sie den Satz über die Anzahl aller k-elementigen Multimengen einer n-elementigen Menge.

Aufgabe 5 [10 Punkte]
Lösen Sir die Rekursionsgleichung $a_n = a_{n-1} + 9a_{n-2} - 9a_{n-3}$ für alle n mit den Startwerten $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ und $a_2 = 2$.

Aufgabe 6 [10 Punkte]
Man möchte ein $n \times 2$ Rechteck mit den Steinen der Form 2×2 und 2×1 lückenlos und ohne Überlappungen belegen. Die Steine können um Vielfache von $90°$ gedreht werden. Geben Sie eine Rekursion für die Anzahl der Belegungen sowie die Startwerte an.