Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Diskrete Mathematik 1

SommerSemester 2011
28. Juni 2011

Dozent: Prof. Dr. Tibor Szabó,
Übungsleiter: Dr. Yury Person, Wilhelm Neubert

Probeklausur 2

Abzugeben bis zum 5. Juli, am Ende der Vorlesung

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Zeigen Sie, dass ein Graph genau dann bipartit ist, wenn er keinen Kreis ungerader Länge enthält.

Aufgabe 2 [10 Punkte]
Zeigen Sie, dass die Anzahl der Graphen mit n Knoten, deren Grade alle gerade sind, gleich $2^{\binom{n-1}{2}}$ ist.

Aufgabe 3 [10 Punkte]
Sei G ein 2-zusammenhängender Graph und seien $e_1, e_2 \in E(G)$. Zeigen Sie, dass es in G einen Kreis gibt, der e_1 und e_2 enthält.

Aufgabe 4 [10 Punkte]
Finden Sie ein schwerstes Matching im folgenden bipartiten Graphen, der durch die gewichtete Adjazenzmatrix gegeben ist:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 & 10 & 11 \\ 7 & 6 & 5 & 7 & 4 \\ 8 & 5 & 12 & 9 & 6 \\ 6 & 6 & 13 & 10 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

Benutzen Sie die Dualität, um die Optimalität der Lösung zu überprüfen.

Aufgabe 5 [10 Punkte]
Zeigen Sie, dass ein Baum höchstens ein perfektes Matching hat. Geben Sie für jedes n einen Baum ohne perfektes Matching an.

Aufgabe 6 [10 Punkte]
Beweisen Sie, dass ein regulärer bipartiter Graph (mit mindestens einer Kante) ein perfektes Matching besitzt.