

DOZENT: PROF. DR. TIBOR SZABÓ,
ÜBUNGSLEITER: DR. YURY PERSON, WILHELM NEUBERT

Präsenzübungsblatt

Aufgabe 1 [Falscher Induktionsbeweis, 10 Punkte]

Der folgende “Satz” ist offensichtlich falsch. Lesen Sie aufmerksam seinen “Beweis” durch und finden Sie **den Fehler im Beweis!**

Satz 1. *Gegeben sind n Geraden in der Ebene, von denen keine zwei parallel sind. Dann schneiden sich alle Geraden in einem Punkt.*

Beweis. Die Behauptung stimmt für eine Gerade, und auch für zwei, denn sie sind nicht parallel. Angenommen, die Aussage des Satzes stimmt für beliebige $n - 1$ Geraden (Induktionsannahme). Im Folgenden zeigen wir, dass der Satz auch für n Geraden gilt.

Sei $S = \{a, b, c, d, \dots\}$ die Menge der n Geraden in der Ebene, die nicht zueinander parallel sind. Wenn wir nun die Gerade c löschen, so erhalten wir eine Teilmenge S' mit $n - 1$ Geraden. Aus der Induktionsannahme folgt, dass die Geraden in S' sich in einem Punkt schneiden. Sei P dieser Punkt. Insbesondere gehen a und b durch P , also muss P der Schnittpunkt von a und b sein.

Jetzt fügen wir die Gerade c zur Menge S' hinzu und entfernen eine andere Gerade d . Wieder erhalten wir eine Menge S'' mit $n - 1$ Geraden. Wieder können wir schließen, dass sich die Geraden in S'' in einem Punkt P' schneiden. Und wie vorher, P' muss der Schnittpunkt der Geraden a und b sein. Also folgt, dass $P = P'$. Wie wir gesehen haben, geht die Gerade c auch durch P , also schneiden sich alle Geraden aus S in P und der Satz ist bewiesen. □

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Auf wie viele Arten kann ein Photograph auf einer Hochzeit sechs Leute, darunter die Braut und der Bräutigam, in einer Reihe aufstellen, so dass:

- (a) die Braut neben dem Bräutigam steht?
- (b) die Braut nicht neben dem Bräutigam steht?
- (c) die Braut irgendwo links vom Bräutigam aus gesehen steht?

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Wie viele Bitstrings der Länge 10 enthalten fünf aufeinanderfolgende Nullen oder Einsen?

Aufgabe 4

[10 Punkte]

Wie viele verschiedene Wörter erhält man, wenn man die Reihenfolge der Buchstaben in "MATHEMATICS" ändert? Was ist die allgemeine Formel für die Anzahl der Wörter der Länge $N = \sum_{i=1}^m n_i$ aus dem Alphabet mit m Elementen, wobei das i -te Element n_i -oft vorkommt?

Aufgabe 5

[10 Punkte]

Wie viele k -elementige Teilmengen von $\{1, \dots, n\}$ gibt es, die keine zwei aufeinanderfolgenden Zahlen enthalten?