

DOZENT: PROF. DR. TIBOR SZABÓ,
 ÜBUNGSLEITER: DR. YURY PERSON, WILHELM NEUBERT

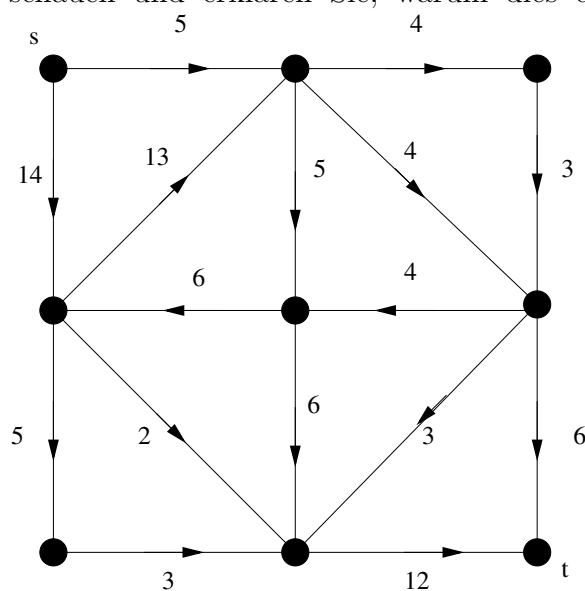
Übungsblatt 13

Besprechung am 8./11.Juli im Seminarraum im ZIB, wird nicht korrigiert

Aufgabe 1

[10 Punkte]

Finden Sie einen Maximum Fluss von s nach t im folgenden Netzwerk. Beweisen Sie, dass Ihre Antwort richtig ist, indem Sie sich das duale Problem anschauen und erklären Sie, warum dies die Optimalität Ihrer Antwort beweist.



Aufgabe 2

[10 Punkte]

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- Sei D ein gerichteter Graph. Für $x, y \in V(D)$, $(x, y) \notin E(D)$, gilt: $\kappa(x, y) = \lambda(x, y)$.
- Sei G ein (ungerichteter) Graph. Für $x, y \in V(G)$, $xy \notin E(G)$, gilt: $\kappa(x, y) = \lambda(x, y)$.

Aufgabe 3

[10 Punkte]

In einem gerichteten Graphen D heißt ein Knoten v König, wenn es von v zu jedem anderen Knoten einen Weg der Länge höchstens 2 gibt. Ein Turnier heißt ein vollständiger Graph K_n , bei dem alle seine Kanten gerichtet sind. Zeigen Sie Folgendes:

- (a) Jedes Turnier hat einen König.
- (b) Sei x ein Knoten mit maximalem Aus-Grad in einem Turnier T . Dann hat D einen gerichteten Baum T mit der Wurzel x , so dass jeder andere Knoten höchstens zwei Kanten im Baum T von x entfernt ist und alle weiteren Knoten haben den Aus-Grad höchstens 2 im Baum T .

Tipp: Definieren Sie ein Netzwerk, um die Wege zu den Nicht-Aus-Nachbarn von x zu modellieren und zeigen Sie, dass jeder Schnitt genug Kapazität hat.

Bemerkung: Dies ist eine stärkere Aussage als in Teil (a), denn keiner der Knoten ausser x wird zwingend mehr als zwei mal benutzt, um die Nicht-Aus-Nachbarn von x zu erreichen.