

DOZENT: PROF. DR. TIBOR SZABÓ,
ÜBUNGSLEITER: DR. YURY PERSON, WILHELM NEUBERT

Übungsblatt 2

Abzugeben bis zum 26. April, am Ende der Vorlesung

Aufgabe 1

[10 Punkte]

(a) Beweisen Sie die Formel

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \binom{r+3}{r} + \dots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$

durch Induktion über n (für beliebiges, aber festes r). Was ist die Aussage dieser Formel für $r = 1$?

(b) Finden Sie für die gleiche Formel einen kombinatorischen Beweis.

Aufgabe 2

[10 Punkte]

Wie viele Möglichkeiten gibt es, unter k Kindern n 1-Centmünzen zu verteilen, so dass folgendes gilt?

(a) Jedes Kind bekommt mindestens eine Münze.

(b) Kein Kind bekommt mehr als eine Münze.

Aufgabe 3

[10 Punkte]

Berechnen Sie die Summe

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} \binom{n}{k}$$

für natürliche Zahlen $m \leq n$ (d.h. finden Sie eine einfache Formel, in der keine Summe mehr vorkommt).

Aufgabe 4

[10 Punkte]

An einem Ball nehmen 10 Ehepaare teil. Auf wieviele Arten können sie 10 Paare bilden, wenn keine Dame mit ihrem Gatten tanzt?

Aufgabe 5

[10 Punkte]

(a) Bestimmen Sie die Anzahl der Permutationen mit genau einem Fixpunkt.

(b) Bestimmen Sie die Anzahl der Permutationen mit genau k Fixpunkten.