Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Diskrete Mathematik 1

Sommersemester 2011
3. Mai 2011

Dozent: Prof. Dr. Tibor Szabó,
Übungsleiter: Dr. Yury Person, Wilhelm Neubert

Übungsblatt 4

Abzugeben bis zum 10. Mai, am Ende der Vorlesung

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Zeigen Sie, daß das Produkt von zwei der folgenden Zahlen nicht negativ ist: $65^{1000} - 8^{2001} + 3^{177}$, $79^{1212} - 9^{2399} + 2^{2001}$ und $24^{4493} - 5^{8192} + 7^{1777}$.

Aufgabe 2 [10 Punkte]
Wie viele positive Zahlen kleiner als 1000 sind durch keine der Zahlen 2, 3, ..., 9 teilbar?

Aufgabe 3 [10 Punkte]

(a) Stellen Sie eine Vermutung für eine geschlossene Darstellung der folgenden Summe auf.
$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{2n-k}{k} 2^{2n-2k}.$$

(b) Beweisen Sie Ihre Vermutung aus (a). *Tipp:* Färben Sie die Zahlen aus $[2n]$ rot oder blau, so dass wenn i rot ist, dann ist $i-1$ nicht blau. Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese $2n$ Zahlen zu färben?

Aufgabe 4 [10 Punkte]
Bestimmen Sie
$$\sum_{n \le x} \mu(n) \left\lfloor \frac{x}{n} \right\rfloor .$$

Aufgabe 5 [10 Punkte]
Wie viele nullstellenfreie Polynome vom Grad n der Form
$$x^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i$$
mit $a_i \in \mathbb{F}_p$ gibt es? ($\mathbb{F}_p$ ist der Restklassenkörper mit den Elementen $\{0, 1, \ldots, p-1\}$, p ist prim, Addition und Multiplikation sind $\mod p$.)

Aufgabe 6 [10 Punkte]
Zeigen Sie, dass auf einer Party mit n Gästen es zwei Leute gibt, die dieselbe Anzahl der Gäste kennen.