

DOZENT: PROF. DR. TIBOR SZABÓ,
ÜBUNGSLEITER: DR. YURY PERSON, WILHELM NEUBERT

Übungsblatt 9

Abzugeben bis zum 14. Juni, am Ende der Vorlesung

Aufgabe 1 [10 Punkte]

Eine Teilmenge der Ecken S in einem Graphen $G = (V, E)$ heißt unabhängig (oder stabil), falls der induzierte Teilgraph $G[S]$ auf dieser Menge S keine Kanten hat. Zeigen Sie, dass ein Graph G genau dann bipartit ist, wenn jeder Teilgraph H von G eine unabhängige Menge mit mindestens der Hälfte der Ecken aus $V(H)$ enthält.

Aufgabe 2 [10 Punkte]

- (a) Sei G ein zusammenhängender Graph, der genau $2k$ Ecken von ungeradem Grad hat. Zeigen Sie, daß $E(G)$ in genau k Touren partitioniert werden kann.
- (b) Was kann man über Graphen mit genau $2k + 1$ Ecken mit ungeradem Grad sagen?

Aufgabe 3 [10 Punkte]

- (a) Was ist die größtmögliche Anzahl der Kanten, die ein Graph mit n Ecken haben kann, ohne einen Weg P_4 mit drei Kanten zu enthalten?
- (b) Beschreiben Sie alle extremalen Graphen aus Teil (a).

Aufgabe 4 [10 Punkte]

Sei G ein Graph. Beweisen Sie die folgende Formel für die Anzahl der Teilgraphen von G , die zu C_4 isomorph sind:

$$\frac{1}{8} \left(\text{Spur}(A_G^4) - 2|E(G)| - 4 \sum_{v \in V(G)} \binom{\deg_G(v)}{2} \right).$$

Aufgabe 5 [10 Punkte]

Beweisen Sie $R(3, 4) = 9$.