Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik — Winter Semester 2016/17
Stochastik 1 (lehramtsbezogene) — 17. Dezemeber 2016

Dozent: Prof. Tibor Szabó,
Tutoren: Dennis Chemnitz, Michael Rothgang

Probeklausur

Es ist empfehlenswert die Aufgaben nach etwaiger Vorbereitung, alleine, ohne Hilfsmittel (nur mit Stift und Papier) und mit Zeitmessung (2 Stunden) zu lösen. Wenn Sie Ihre Lösungen abgeben, korrigieren wir diese wie eine richtige Klausur (die Punkte zählen dabei aber weder für den Übungsschein, noch für die Abschlussnote.) Natürlich können Sie die Aufgaben auch mit Partner, Buch, Taschenrechner, und in 20 Stunden lösen, das wird genauso korrigiert.
Alle Lösungen müssen vollständig und nachvollziehbar **BEGRÜNDET** werden. Wenn Sie einen Satz aus der Vorlesung verwenden möchten, dann geben Sie es genau an.

Abzugeben bis zum 12. Januar, 16:00, in den Fächern der Tutoren

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Ein Kartenstapel mit n Karten enthält 2 Asse. Es wird gemischt (alle Reihenfolgen gleich wahrscheinlich). Die Karten werden aufgedeckt. Sei X die Anzahl der Karten bis das erste Ass erscheint, Y die Anzahl bis die zweite As erscheint. Beweisen Sie, dass $\mathbb{E}(X) = \frac{n+1}{3}$ und $\mathbb{E}(Y) = \frac{2}{3}(n+1)$.

Aufgabe 2 [10 Punkte]
In einem Literatur-Leistungskurs gibt es fünf empfohlene Bücher. Jede der 14 Studierende bekommt einen rein zufälligen Titel zu lesen. Was ist die Wahrscheinlichkeit dass jedes Buch von jemandem gelesen wird?

Aufgabe 3 [10 Punkte]

- Definieren Sie den Begriff Verteilungsfunktion.
- Ein Punkt (a, b) wird zufällig im Einheitsquadrat $[0, 1] \times [0, 1]$ gewählt und die Summe $s = a + b$ ausgegeben. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(x) = \mathbb{P}(a + b \leq x)$.
  Tipp: Betrachten Sie die Fälle $0 \leq x \leq 1$, $1 < x \leq 2$, *und* $2 < x$ *getrennt!*

Aufgabe 4 [10 Punkte]
Ein Würfel zeigt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ die Zahl 6 und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{15}$ jede der anderen Zahlen. Der Würfel wird zweimal geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:

(a) 6 erscheint genau einmal,

(b) beide Zahlen sind gerade,

(c) die Summe ist 7

Aufgabe 5 [10 Punkte]

- Definieren Sie den Begriff (allgemeiner) Wahrscheinlichkeitsraum (**zusammen mit allen nötigen Begriffen**).
- Formulieren und beweisen Sie die Eigenschaft *Stetigkeit nach unten*.