

DOZENT: PROF. TIBOR SZABÓ,
TUTOREN: DENNIS CHEMNITZ, MICHAEL ROTHGANG

Übungsblatt 5

Alle Lösungen müssen vollständig und nachvollziehbar **BEGRÜNDET** werden. Wenn Sie einen Satz aus der Vorlesung verwenden möchten, dann geben Sie es genau an.

Abzugeben bis zum 24. November, 16:00, in den Fächern der Tutoren

Aufgabe 1 [10 Punkte]

Es seien $A, B \in \mathcal{E}$ zwei Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) = \frac{3}{5}$ und $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$.

(i) Zeigen Sie, dass

$$\frac{1}{10} \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq \frac{1}{2}.$$

(ii) Finden Sie jeweils Beispiele, in denen die Schranken, angenommen werden.

(iii) Finden und beweisen Sie analoge Schranken für $\mathbb{P}(A \cup B)$.

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Es seien $A, B, C \subseteq \Omega$ beliebige Ereignisse in einem diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathbb{P}) . Zeigen Sie dass

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(A \cap B) - \mathbb{P}(A \cap C) - \mathbb{P}(B \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B \cap C).$$

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Berechnen Sie den Erwartungswert der Verteilung $b_{q,3}^- : \mathbb{N}_0 \rightarrow [0, 1]$, definiert durch $b_{q,3}^-(i) = \binom{i+2}{2} q^i (1-q)^3$.

(*Bemerkung.* Sie haben in Aufgabe 4 der letzten Übungsblatt bewiesen: $b_{\frac{19}{37},3}^-(i)$ ist die Wahrscheinlichkeit dass in eine Reihenfolge von Roulette-Runden genau i Mal nicht-ROT vorkommt, bis zum dritten Mal ROT vorkommt (das heißt: ROT vorkommt zum dritten Mal in der $(i+3)$ -ten Runde. Also hier fragen wir: wie lang müssen wir *im Mittel* warten bis ROT zum dritten Mal vorkommt.)

Aufgabe 4 [10 Punkte]

In einem Kasino wird nach folgenden Regeln mit drei fairen Würfeln gespielt. Ein Spieler bekommt 1000 Euro für drei Sechsen, 100 Euro für zwei Sechsen und 10 Euro für eine Sechs. In allen anderen Fällen gibt es gar nichts. Welchen Mindesteinsatz wird der Kasinobetreiber verlangen, wenn er nicht draufzahlen will?

(Definieren Sie (und argumentieren Sie für) den relevanten W-Raum und die relevante Zufallsvariable.)