FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK — WINTER SEMESTER 2016/17
STOCHASTIK 1 (LEHRAMTSBEZOGENE) — 24. NOVEMEBER 2016

DOZENT: PROF. TIBOR SZABÓ,
TUTOREN: DENNIS CHEMNITZ, MICHAEL ROTHGANG

Übungsblatt 6

Alle Lösungen müssen vollständig und nachvollziehbar **BEGRÜNDET** werden. Wenn Sie einen Satz aus der Vorlesung verwenden möchten, dann geben Sie es genau an.

Abzugeben bis zum 1. Dezember, 16:00, in den Fächern der Tutoren

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Es sei $Z : [n]^{\underline{n}} \longrightarrow \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ die Zufallsvariable auf dem Laplaceraum $([n]^{\underline{n}}, \mathbb{P})$, die die Anzahl der Fixpunkte von Permutationen liefert. Formal gesagt: $Z(x) := |\{i : x_i = i\}|$, für jede $x \in [n]^{\underline{n}}$.
Berechnen Sie den Erwartungswert von Z.

Aufgabe 2 [10 Punkte]
In einem Laden ist eine Alarmanlage eingebaut, die im Falle eines Einbruchs mit Wahrscheinlichkeit 0.99 die Polizei alarmiert. In einer Nacht ohne Einbruch wird mit Wahrscheinlichkeit 0.002 ein Fehlalarm ausgelöst (z.B. durch eine Maus). Die Einbruchswahrscheinlichkeit für eine Nacht beträgt 0.0005. Die Anlage hat gerade Alarm gegeben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Einbruch im Gange?
(Natürlich: Definieren Sie den Wahrscheinlichkeitsraum und zitieren Sie alle Sätze aus der Vorlesung, die Sie benutzen.)

Aufgabe 3 [10 Punkte]
(a) Die Menge $\Omega = [47]$ sei mit der Gleichverteilung versehen. Zeigen Sie, dass wenn Ereignisse A und $B \subseteq \Omega$ unabhängig sind, dann eine der beiden Mengen leer oder Ω ist.
(b) Zeigen Sie, dass die analoge Behauptung mit 48 statt 47 falsch ist.

Aufgabe 4 [10 Punkte]
$\Omega := [7]^{11}$ sei mit der Gleichverteilung versehen. Wir definieren Ereignisse $E_{k,l}$ durch $E_{k,l} := \{(x_1, \ldots, x_{11}) : x_k = l\}$ für $k \in [11]$ und $l \in [7]$. Was ist die maximale Anzahl der Ereignissen, die Sie aus diesen 77 wählen können, so dass sie eine unabhängige Menge von Ereignissen formen.