

Übungsblatt 0

Überlegen und diskutieren Sie diese Übungen in den Tutorien in der zweiten Woche. Es ist nicht notwendig, Ihre Lösungen abzugeben.

Aufgabe 1 [0 Punkte]

Erinnern Sie sich, dass eine Menge Ω abzählbar (unendlich) ist, wenn es eine bijektive Abbildung von \mathbb{N} nach Ω gibt. Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen abzählbar sind.

- (a) Die Menge der ganzen Zahlen
- (b) Die Menge der rationalen Zahlen
- (c) Eine abzählbare Vereinigung von abzählbaren Mengen

Aufgabe 2 [0 Punkte]

Eine Menge ist überabzählbar, wenn sie unendlich und nicht abzählbar ist.

- (a) Beweisen Sie, dass die Menge $\Omega = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ überabzählbar ist.¹

[Hinweis: <http://discretemath.imp.fu-berlin.de/StochastikI-2017-18/Hinweise/Blatt00.html>.]

- (b) Leiten Sie ab, dass \mathbb{R} auch überabzählbar ist.

Aufgabe 3 [0 Punkte]

Betrachten Sie das Wort RHABARBERBARBARA.

- (a) Wie viele verschiedene Wörter können aus (allen) diesen Buchstaben gebildet werden?
- (b) Was passiert, wenn wir nur 15 der 16 Buchstaben benutzen?

Aufgabe 4 [0 Punkte]

Jan, Klaus und Lisa besuchen das Neue Museum, und geben ihre Jacken in der Garderobe ab. Aber wenn sie das Museum verlassen möchten, gibt es einen anderen Mitarbeiter an der Garderobe, der nicht weiß, wem die Jacken gehören. Deshalb gibt der Mitarbeiter die Jacken zufällig zurück, sodass jede Verteilung der Jacken die gleiche Wahrscheinlichkeit hat.

- (a) Beschreiben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum. Was ist Ω ? \mathbb{P} ?
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keiner von ihnen seine eigene Jacke erhält.

¹Diese Menge beinhaltet alle abzählbaren (unendlichen) Folgen, deren Elemente entweder 0 oder 1 sind.