Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Stochastik 1 (lehramtsbezogen)

Winter Semester 2017/18
2. November 2017

Dozent: Shagnik Das
Tutoren: Tim Dittmann, Gusnadi Wiyoga

Übungsblatt 3

Alle Lösungen müssen vollständig und verständlich begründet werden.

Abzugeben bis zum 16:00 am Donnerstag, 9. November, in Tims Fach.

Aufgabe 1 [10 Punkte]

(a) Für $n \in \mathbb{N}$, betrachten Sie die Menge $M = \{(S, x) : S \subseteq [n], x \in S\}$. Zählen Sie M nach zwei verschiedenen Arten, um die folgende Formel über den Binomialkoeffizienten abzuleiten.

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} k = n 2^{n-1}.$$

(b) Wenden Sie den binomischen Lehrsatz an, um einen zweiten Beweis der Formel von (a) zu geben.

[Hinweis: http://discretemath.imp.fu-berlin.de/StochastikI-2017-18/Hinweise/Blatt03.html.]

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Paul Erdős[1] hat in einem Jahr zwanzig mathematische Artikel geschrieben. Es gibt fünf Zeitschriften, die Paul mag. Wie viele Möglichkeiten gibt es, für Paul seine zwanzig Artikel an diese fünf Zeitschriften zu senden, sodass jede Zeitschrift mindestens einen Artikel bekommt?

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Wir kehren zum Thema Brexit, das wir in der Aufgabe 2 auf Übungsblatt 2 besprochen haben, zurück. Die 27 Länder der europäischen Union haben entschieden, dass es nicht fair ist, wenn ein Land zu wenig oder zu viel Geld bekommt. Deshalb begrenzen sie die Anzahl der Münzen, die ein Land bekommen kann.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, um die 27 Milliarden Münzen nach den 27 Ländern zu unterteilen, wenn jedes Land mindestens 500 Millionen und höchstens zwei Milliarden Münzen bekommen muss?

Sie können Ihre Lösung als eine Summe schreiben; Sie müssen sie nicht ausrechnen.

[1] Paul Erdős war ein sehr wichtiger und einflussreicher Mathematiker aus Ungarn. Er ist der ergiebigste Mathematiker aller Zeit, und hat etwa 1500 mathematische Veröffentlichungen geschrieben! Man kann sagen, dass Erdős moderne Kombinatorik popularisiert hat. Erdős hat auch ein sehr interessantes Leben gelebt. Wenn Sie mehr über Erdős erfahren möchten, empfehle ich das Buch "The Man Who Loved Only Numbers" und den Dokumentarfilm "N is a number".

Aufgabe 4 [10 Punkte]

Sei X die Menge aller Tage des Jahres. Wenn wir das Geburtstagsparadox besprochen haben, haben wir $\Omega_1 = X^{100}$ als die Menge der Elementarereignisse benutzt, weil hier die Gleichverteilung passt.

Aber wenn wir nur die Frage, "Wie wahrscheinlich ist es, dass zwei Studierende dieses Kurses den gleichen Geburtstag haben?" besprechen möchten, sind die Identitäten der Studierenden nicht wichtig. Deshalb können wir uns nur für die *Menge*, und nicht das *Tupel*, aller Geburtstage interessieren.

Also können wir als die Menge der Elementarereignisse $\Omega_2 = \mathrm{Multi}\binom{X}{100}$ nehmen. Aber die Gleichverteilung passt hier nicht. Erzeugen Sie den richtigen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega_2, \mathbb{P})$: für jede Multimenge von Geburtstagen $\omega \in \Omega_2$, berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit von ω.

[Hinweis: http://discretemath.imp.fu-berlin.de/StochastikI-2017-18/Hinweise/Blatt03.html.]