Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Stochastik 1

Winter Semester 2013/14
16 Dezember 2013

Dozent: Prof. Tibor Szabó,
Tutoren: Tilman Mirschel, Olaf Parczyk, Yizheng Yuan

Probeklausur

Es ist empfehlenswert die Aufgaben nach etwaiger Vorbereitung, alleine, ohne Hilfsmittel (nur mit Stift und Papier) und mit Zeitmessung (2 Stunde) zu lösen. Wenn Sie Ihre Lösungen abgeben, korrigieren wir diese wie eine richtige Klausur (die Punkte zählen dabei aber weder für den Übungsschein, noch für die Abschlussnote.) Natürlich können Sie die Aufgaben auch mit Partner, Buch, Taschenrechner, und in 20 Stunden lösen, das wird genauso korrigiert.

Abzugeben bis zum 13. Januar, 12:00, in den Fächern der Tutoren

Aufgabe 1 []

Es gibt zwei faire sechsseitige Würfel (sechs Seiten mit einem, zwei, drei, vier, fünf, und sechs Punkten) und zwei faire Tetraederwürfel (vier Seiten mit einem, zwei, drei, und vier Punkten). Jemand hat zwei Würfel ausgewählt und beide einmal gewürfelt. Er sagt uns, dass die Augensumme 7 ist. Schätzen Sie mit einer maxium-likelihood Schätzung welche zwei Würfel gewürfelt wurden.

Aufgabe 2 []

- Wann sagen wir das eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die zum $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ Wahrscheinlichkeitsraum gehörige Dichtefunktion ist?
- Finden Sie eine stetige Dichtefunktion f auf $[0, 6]$, so dass für den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsraum gilt $\mathbb{P}([1, 3]) = 0.5$.

Aufgabe 3 []

Sei $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum.

- Definieren Sie den Begriff der reelwertigen Zufallsvariable.
- X sei eine reellwertige Zufallsvariable auf Ω. Definiere $Y : \Omega \to \mathbb{R}$ durch $Y(\omega) := X(\omega)$ für $|X(\omega)| < 1$ und $Y(\omega) := 0$ sonst. Zeigen Sie, dass auch Y eine Zufallsvariable ist.

Aufgabe 4 []

$(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ sei ein Wahrscheinlichkeitsraum und X_1, X_2, X_3, X_4 seien unabhängige Zufallsvariablen. Richtig oder falsch? (mit Begründung)

- Es folgt, dass Y, X_1, X_2, X_3, X_4 unabhängig sind wenn Y konstant ist.
- Es folgt, dass $X_1 + X_3$ und $X_2 + X_3^3 + X_4$ unabhängig sind.

Aufgabe 5 []

Finden Sie ein Mengensystem $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{P}([4])$, so dass gilt:

- Die von $\mathcal{M}$ erzeugte σ-Algebra ist die Potenzmenge von Ω, aber die von $\mathcal{M}$ erzeugte Dynkin-system ist kleiner.
- Geben Sie zwei verschiedene Wahrscheinlichkeitmaße $\mathbb{P}_1$ und $\mathbb{P}_2$ an, die aber auf $\mathcal{M}$ gleich sind.