FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK — WINTER SEMESTER 2013/14
STOCHASTIK 1 — 27 JANUAR 2013

DOZENT: PROF. TIBOR SZABÓ,
TUTOREN: TILMAN MIRSCHEL, OLAF PARCZYK, YIZHENG YUAN

BONUS Übungsblatt 13

Abzugeben bis zum 6. Februar, 12:00, in den Fächern der Tutoren

!!!! KLAUSUR !!!!

Am 13.02 im **Henry-Ford-Bau.** Bitte halten Sie einen Lichtbildausweis bereit.
Hörsaal A: Nachname fängt mit A-K an.
Hörsaal C: Nachname fängt mit L-Z an.
Sie brauchen nur Stifte mitzunehmen, Papier bekommen Sie dort. (Buch, Hilfsblatt, Taschenrechner, usw ... sind nicht erlaubt.)
Die Klausur fängt **pünktlich** um **8:00** an und dauert bis 10:00. Ich bitte Sie schon **zehn Minuten früher da zu sein** damit Sie Ihre Plätze nehmen können.

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Richtig oder falsch?
Seien $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{E}$ Ereignissen in einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$. Wenn $\sum \mathbb{P}(A_i) = \infty$, dann $\mathbb{P}(\cap_{m=1}^{\infty} \cup_{n=m}^{\infty} A_n) > 0$.

Aufgabe 2 [10 Punkte]
Es sei $X_1, X_2, \ldots$ eine Folge von unabhängigen Zufallsvariablen, die alle geometrisch verteilt zum Parameter $0 < q < 1$ sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unendlich oft $X_n \geq n + 1$ gilt?

Aufgabe 3 [10 Punkte]
Eine Zufallsvariable X sei gleichverteilt auf dem Interval $[0, 2]$, und die Zufallsvariablen $X_1, X_2, \ldots$ seien unabhängige Kopien. Wie groß ist approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass $X_1 + \cdots + X_{1000}$ zwischen 980 und 1020 liegt?

Aufgabe 4 [10 Punkte]
Es seinen $X, X_1, X_2, \ldots : \Omega \to \mathbb{R}$ Zufallsvariablen auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$, so dass für jede beschränkte, stetige Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gilt $\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}(g \circ X_n) = \mathbb{E}(g \circ X)$. (das heißt, dass die Folge erfüllt die Definition von Konvergenz in Verteilung aus dem Buch.) Zeigen Sie, dass $\lim_{n\to\infty\ i.V.} X_n = X$. (nach unsere Definition)

Bemerkung Die Umkerung gilt auch, also die zwei Definitionen sind äquivalent.