

DOZENT: PROF. TIBOR SZABÓ,
TUTOREN: TILMAN MIRSCHEL, OLAF PARCZYK, YIZHENG YUAN

Übungsblatt 3

Abzugeben bis zum 7 November, 12:00, in der Fächern der Tutoren

Aufgabe 1 [10 Punkte]

Gegeben ist ein fairer Würfel mit 6 Seiten. Wie wahrscheinlich ist es dass nie eine 6 vorkommt wenn wir k -mal werfen bzw. abzählbar oft werfen? Vergessen Sie nicht Ihre Antwort zu begründen (wie immer)!

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Es seien $A, B \in \mathcal{E}$ zwei Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) = \frac{3}{5}$ und $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$.

(i) Zeigen Sie, dass

$$\frac{1}{10} \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq \frac{1}{2}.$$

(ii) Finden Sie Beispiele, in denen die Schranken, angenommen werden.

(iii) Finden und beweisen Sie analoge Schranken für $\mathbb{P}(A \cup B)$.

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Gegeben sei eine beliebige Menge Ω . Sei

$$\mathcal{M}_{3,4} := \{E \in \mathcal{P}(\Omega) : |E| = 3 \text{ oder } |E| = 4\}.$$

Beschreiben Sie die von $\mathcal{M}_{3,4}$ erzeugte σ -Algebra.

Aufgabe 4 [10 Punkte]

Zeigen Sie nur unter Benutzung der Definition von Borelmengen, dass die folgenden Teilmengen von \mathbb{R} Borelmengen sind (Bereits bewiesene Ergebnisse über σ -Algebren dürfen dabei benutzt werden):

(i) die Menge der positiven rationalen Zahlen, deren Wurzel kleiner als 3 ist.

(ii) $(-2, 8] \setminus \mathbb{Q}$.