

DOZENT: PROF. TIBOR SZABÓ,
TUTOREN: TILMAN MIRSCHEL, OLAF PARCZYK, YIZHENG YUAN

Übungsblatt 4

Abzugeben bis zum 14 November, 12:00, in der Fächern der Tutoren

Aufgabe für Extrapunkte, auf der nächsten Seite

Aufgabe 1 [10 Punkte]

Ein Würfel zeigt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ die Zahl 6 und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{15}$ jede der anderen Zahlen. Der Würfel wird zweimal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:

- 6 erscheint genau einmal,
- beide Zahlen sind gerade,
- die Summe ist 7

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Betrachten Sie die Poissonverteilung zum Parameter $\lambda > 0$ und sei $\mathbb{P}_\lambda : \Omega(\mathbb{N}_0) \rightarrow [0, 1]$ das zugehörige Wahrscheinlichmaß. Beweisen Sie, dass

$$\mathbb{P}_\lambda(\{2k : k \in \mathbb{N}_0\}) > \mathbb{P}_\lambda(\{2k + 1 : k \in \mathbb{N}_0\}).$$

Sei $p_\lambda > 0$ die Differenz zwischen der linken Seite und der rechten Seite. Bestimmen Sie alle λ mit $p_\lambda = 0.05$.

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Finden Sie eine stetige Dichtefunktion f auf $[0, 6]$, so dass für den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsraum gilt:

$$\mathbb{P}([0, 2]) = 0.6, \quad \mathbb{P}([1, 4]) = 0.5, \quad \mathbb{P}([3, 5]) = 0.2.$$

Aufgabe 4 [10 Punkte]

Üben Sie das Ablesen der Tabelle der Normalverteilung an folgenden Beispielen:

- Wie groß ist $\mathbb{P}([-0.67, 0.38])$ unter $N(0, 1)$?
- Bestimmen Sie a so dass $\mathbb{P}([-0.67, a]) = 0.5$ unter $N(0, 1)$.
- Wie groß ist σ , wenn man weiß, dass $\mathbb{P}([-2, 2]) = 0.82$ unter $N(0, \sigma^2)$?

BONUS Aufgabe für 10 Extrapunkte In einem Kreis mit Radius 1 wird eine Sehne “zufällig” gewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sehnenlänge größer als 1 ist?

Man löse die Aufgabe, indem man den Begriff “zufällig” auf folgenden Arten präzisiert:

- Der Sehnenmittelpunkt ist gleichverteilt im Inneren des Kreises.
- Die Polarkoordinaten des Sehnenmittelpunktes sind gleichverteilt auf der Menge $[0, 1] \times [[0, 2\pi]$.
- Aus Symmetriegründen denke man sich einen Sehnenendpunkt festgelegt; der andere soll dann gleichverteilt auf dem Kreisrand sein.