Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Stochastik 1

Winter Semester 2013/14
11 November 2013

Dozent: Prof. Tibor Szabó,
Tutoren: Tilman Mirschel, Olaf Parczyk, Yizheng Yuan

Übungsblatt 5

Abzugeben bis zum 21 November, 12:00, in der Fächern der Tutoren

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Ein Punkt (a, b) wird zufällig im Einheitsquadrat $[0, 1] \times [0, 1]$ gewählt und die Summe $s = a + b$ ausgegeben. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(x) = \mathbb{P}(a + b \leq x)$ und daraus die Dichtefunktion $f(x)$. Tipp: Betrachten Sie die Fälle $0 \leq x \leq 1$, $1 < x \leq 2$, und $2 < x$ getrennt!

Aufgabe 2 [10 Punkte]
Ein Laserpointer ist im Abstand $30cm$ über dem Nullpunkt der Zahlengeraden angebracht. Er strahlt zufällig gleichverteilt in alle Richtungen, die die Gerade treffen. Berechnen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichtefuntion für den Abstand t vom Nullpunkt, wo der Strahl auftrifft.
Wie können Sie ein t simulieren, das durch diese Verteilung erzeugt ist, wenn für Sie ein gleichverteilte $x \in [0, 1]$ verfügbar ist.

Aufgabe 3 [10 Punkte]
Sei $\Omega = [-1, 1]$, versehen mit der σ-Algebra der Borelmengen. $\mathbb{P}_0$ sei das *Diracmaß bei* 0, es ist also

$$\mathbb{P}_0(E) := \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 \in E \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Beweisen Sie: Es gibt keine stetige Dichtefunktion $f : \Omega \to \mathbb{R}$, so dass $\mathbb{P}_0$ das von f induzierte W-Maß ist.

Aufgabe 4 [10 Punkte]
X sei eine reellwertige Zufallsvariable auf Ω. Definiere $Y : \Omega \to \mathbb{R}$ durch $Y(\omega) := X(\omega)$ für $|X(\omega)| < 1$ und $Y(\omega) := 0$ sonst. Zeigen Sie, dass auch Y eine Zufallsvariable ist.